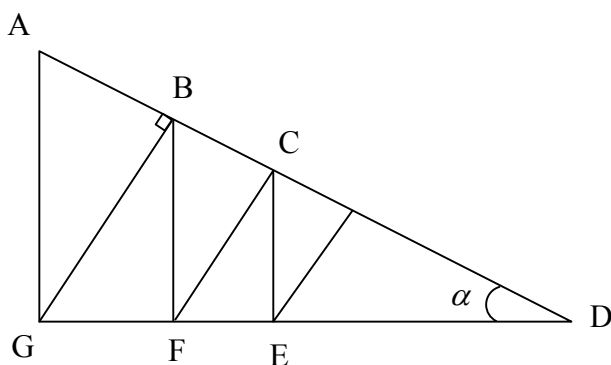


PROVA DE MATEMÁTICA

21. Uma antiga história conta que um sertanejo e um velho burro subiam uma ladeira, ambos com uma carga de espigas de milho sobre as costas. Por causa do cansaço e do calor, o velho burro começa a ofegar. Então o sertanejo lhe diz: “Por que está ofegando tanto? Saiba que se eu tirar 8 espigas de seu lombo e colocar sobre as minhas costas, minha carga será o dobro da sua. Por outro lado, ainda que eu tire 8 espigas das minhas costas e coloque sobre as suas, a sua carga ficará igual à minha”. Pergunta-se: Juntando-se as cargas do burro e do sertanejo, qual era o total de espigas transportadas?

22. A figura abaixo representa uma estrutura usada para fazer coberturas em construções.



O segmento  $\overline{BG}$  é paralelo ao segmento  $\overline{CF}$ , o ângulo  $\widehat{AGD}$  é reto e  $\overline{BG}$  é a altura do triângulo  $AGD$  relativa ao lado  $AD$ . Os segmentos  $\overline{AG}$ ,  $\overline{BF}$  e  $\overline{CE}$  são paralelos. Além disso,  $\overline{AB}$  mede 2 m, e  $\overline{BD}$  mede 8 m. Com base nestas informações pode-se afirmar:

- (01) Os triângulos  $BGF$  e  $AGB$  são semelhantes.
- (02) O segmento  $\overline{BG}$  mede 4 m.
- (04) O segmento  $\overline{AG}$  mede 5 m.
- (08) O ângulo  $\widehat{BGF}$  é congruente ao ângulo  $\widehat{BAG}$ .
- (16) Os segmentos  $\overline{AG}$ ,  $\overline{BF}$  e  $\overline{CE}$  formam uma progressão geométrica.
- (32) Sendo  $\alpha$  a medida do ângulo  $\widehat{ADG}$  então  $\text{sen}(\alpha) = 1/2$ .

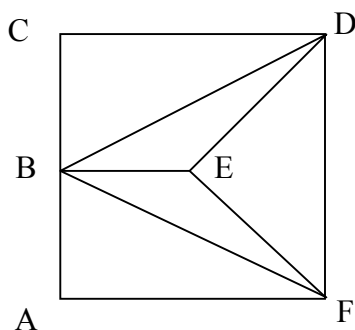
23. Sejam  $f, g, h, F, G$  e  $H$  seis funções reais de uma variável real. Sobre elas pode-se afirmar:

- (01) Se  $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$  então o domínio de  $f$  é o intervalo  $I = [-1, \infty)$ .
- (02) Sendo  $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$  e  $g(x) = x^2 + 1$  então a composta  $g \circ f$  é dada por  $g(f(x)) = x^2 + 2$ .

- (04) Sendo  $h(x) = (x + 2)(x - 2)$  então  $h(x - 1) = (x + 1)(x - 1)$ .  
 (08) Se  $F$  é uma função polinomial e  $r$  é raiz de  $F$  então  $r - 1$  é raiz de  $F(x + 1)$ .  
 (16) Se  $G$  é uma função par então  $G(x) + 1$  é uma função ímpar.  
 (32) A imagem da função constante  $H(x) = 1$  é o conjunto dos reais, pois seu gráfico é uma reta horizontal.

24. Considere um jogo no qual você escolhe dois algarismos distintos, que variam de 1 a 5, para compor um número. Em cinco jogadas distintas a chance de acertar o número é de quanto por cento?

25. Na figura abaixo  $ACDF$  é um quadrado cujos lados medem  $l$  cm. O ponto  $E$  é o centro do quadrado, e  $B$  é o ponto médio de  $\overline{AC}$ .



Com base em tais informações é possível afirmar:

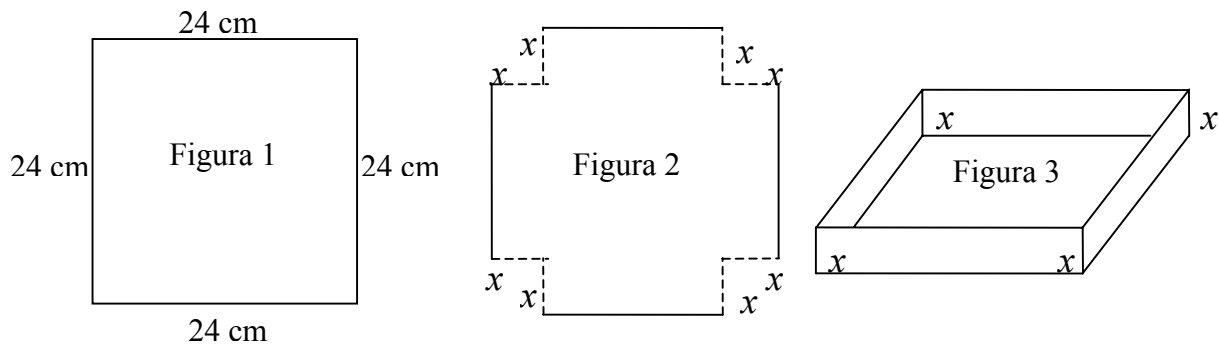
- (01) O ângulo  $\widehat{D\hat{E}F}$  é reto.  
 (02) O segmento  $\overline{ED}$  mede  $l\sqrt{2}$  cm.  
 (04) O ângulo  $\widehat{B\hat{E}F}$  mede  $135^\circ$ .  
 (08) Para  $l = 2$  cm, a área do triângulo BDE é de  $0,5$   $\text{cm}^2$ .  
 (16) Independentemente do valor de  $l$  a área do triângulo CBD é igual à área do triângulo DEF.  
 (32) O ângulo  $\widehat{D\hat{B}F}$  mede  $45^\circ$ .

26. Considerando o conjunto dos números reais, podemos afirmar:

- (01) O conjunto solução da equação  $|x - 1| = |x|$  possui dois elementos.  
 (02)  $(\sqrt{2})^{11} = 32\sqrt{2}$ .  
 (04) O número  $4,3333\dots$  é gerado pela divisão de um número  $a$  por um número  $b$  em que  $a = 4b + 1$ .  
 (08) Se  $a > b$  então  $a^2 > b^2$ .  
 (16) O número  $\frac{2}{1 + \sqrt{2}}$  é igual ao número  $2\sqrt{2} - 2$ .

(32) O valor da expressão  $\frac{1}{2} \left[ -2^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} + (-2)^{-3} \right]$  é  $\frac{43}{16}$ .

27. Toma-se um pedaço de papelão de forma quadrangular com lados de 24 cm (Fig.1). Cortam-se quadrinhos nos 4 cantos do papelão, com medidas  $x$  de lado (Fig. 2). A finalidade é obter uma caixa, sem tampa, de base quadrangular (Fig. 3).



Com base nesses dados, é correto afirmar

- (01) que, quanto maior for a área da superfície da caixa acima descrita (Figura 3), necessariamente maior será o volume que ela suporta.  
 (02) que, para se construir uma caixa de volume  $512 \text{ cm}^3$ , pode-se expressar a relação entre seus lados e o volume por  $(24 - 2x)^2x = 512$ .  
 (04) que a equação  $4(x - 8)(x^2 + 16) = 0$  possui exatamente as mesmas raízes da equação  $(24 - 2x)^2x = 512$ .  
 (08) que o perímetro da Figura 2 é menor que o perímetro da Figura 1.  
 (16) que qualquer uma das raízes da equação  $4(x - 8)(x - 14) = 0$  pode ser tomada como uma medida do lado do quadrinho que deve ser cortado no papelão para se confeccionar a caixa.  
 (32) que, para um volume de  $484 \text{ cm}^3$ ,  $x$  deve ser igual a 2 cm.

28. Considere as funções  $f(x) = \sin x$ ;  $g(x) = \sin^2 x$ ;  $h(x) = \sin 2x$ ;  $F(x) = \cos(-x)$ ;  $G(x) = \cos \frac{x}{2}$ . Assim, podemos afirmar:

- (01) No intervalo da reta real  $[0, \pi]$  os gráficos de  $f$  e  $g$  interceptam-se nos pontos de abscissas  $0, \frac{\pi}{2}$  e  $\pi$ .  
 (02)  $G$  tem um período de  $4\pi$ .  
 (04) Restringindo-se  $f$  e  $F$  ao intervalo  $[0, \pi]$ , seus gráficos interceptam-se no ponto  $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ .  
 (08)  $G$  é uma função crescente no intervalo  $[0, \pi]$ .  
 (16) No intervalo  $[0, \pi]$  a intersecção dos gráficos de  $f$  e  $h$  acontece somente no

ponto (0,0).

(32) As funções  $h$  e  $F$  têm mesma imagem para  $x = \frac{\pi}{2}$ .

(64) O período de  $h$  é  $2\pi$ .

---

29. Tome três pontos distintos  $A = (6,0)$ ,  $B = (1,5)$  e  $C = (-4,0)$  no plano cartesiano. Assim, é verdade:

(01) A reta que passa pelos pontos  $A$  e  $B$  intercepta o eixo  $y$  em 8.

(02) A circunferência que passa por esses três pontos tem equação igual a  $(x-1)^2 + y^2 = 25$ .

(04) A reta  $s: y = x + 6$  tangencia a circunferência determinada pelos pontos  $A$ ,  $B$  e  $C$ .

(08) Os pontos  $A$ ,  $B$  e  $C$  determinam uma circunferência de área igual a  $30\pi$  unidades de área.

(16) O volume do prisma de base triangular  $ABC$  e altura 5 é de 125 unidades de volume.

(32) A altura do cilindro reto que tem como base o círculo delimitado pela circunferência que passa pelos pontos  $A$ ,  $B$  e  $C$ , e que possui  $150\pi$  unidades de volume, é de 15 unidades de comprimento.

(64) O cone de base igual ao círculo delimitado pela circunferência que passa pelos pontos  $A$ ,  $B$  e  $C$ , e altura 6 unidades de comprimento, possui  $50\pi$  unidades de volume.

---

30. Segundo a revista ISTO É, de 5/10/2005, a Suazilândia, país situado na África do Sul, com 1,17 milhão de habitantes, tem cerca de 40% de seus cidadãos vivendo abaixo da linha da pobreza. Relata ainda que o país tem 38,8% da população acima de 14 anos, contaminada pelo vírus HIV. A partir desses dados e supondo que não haja nenhum infectado de 0 a 14 anos, pode-se afirmar:

(01) Cerca de 468.000 de seus cidadãos vivem abaixo da linha da pobreza.

(02) Para cada grupo de 3.250 cidadãos com mais de 14 anos, cerca de 1.261 estão infectados pelo vírus HIV.

(04) Supondo que 45% da população tivessem sua idade compreendida entre 0 e 14 anos, no país existiriam no máximo 200.000 infectados pelo HIV.

(08) Supondo que a taxa de infecção é diretamente proporcional à taxa de pobreza, se somente 10% de seus cidadãos estivessem abaixo da linha da pobreza, apenas 12% da população acima de 14 anos estaria contaminada pelo HIV.

(16) A porcentagem de infectados em relação a toda a população, considerando também as pessoas de 0 a 14 anos, é maior que 38,8%.

(32) O conjunto de pessoas infectadas pelo vírus HIV tem mais elementos que o conjunto de pessoas que vivem abaixo da linha da pobreza.