

MATEMÁTICA E PRESERVAÇÃO DO MEIO AMBIENTE: TRATANDO DOS DESAFIOS EDUCACIONAIS CONTEMPORÂNEOS NO ENSINO MÉDIO DE NÍVEL TÉCNICO

Franciele Buss Frescki, Priscila Pigatto

Universidade Tecnológica Federal do Paraná/ Coordenação do Ensino Técnico – Medianeira – PR.

Palavras-chave: interdisciplinaridade, modelagem matemática, produção e acúmulo de lixo

Resumo:

Da transdisciplinaridade decorrem diversos resultados práticos. Em matemática, é muito importante trabalhar os conteúdos relacionando-os a outras áreas do conhecimento para que façam mais sentido. Neste intuito, propõe-se um trabalho com modelagem matemática para alunos de ensino médio com o tema “lixo”. Para este assunto serão trabalhados os conteúdos de sequências e progressões, bem como cálculo, área e volume. Além de aprender os conteúdos da matemática, uma atividade aplicada desta maneira irá ajudar a conscientizar os alunos para as problemáticas da atualidade e que afetam a vida de toda a população.

Introdução

A transdisciplinaridade, da mesma maneira que a transversalidade, é um conceito teórico do qual sucede vários resultados práticos, tanto nas metodologias de ensino quanto nas propostas curriculares e pedagógicas. A transversalidade mostra-se hoje como um princípio inovador nos sistemas educacionais de muitos países. Entretanto, este recurso não é tão novo. Ele remonta aos ideais pedagógicos do início do século passado, quando se falava em ensino global e do qual trataram famosos educadores, entre eles, os franceses Ovídio Decroly (1871-1932) e Celestin Freinet (1896-1966), os norte-americanos John Dewey (1852-1952) e William Kilpatrick (1871-1965) e os soviéticos Pier Blonsky (1884-1941) e Nadja Krupskaja (1869-1939).

A interdisciplinaridade surgiu no final do século passado, pela necessidade de dar uma resposta à fragmentação causada por uma epistemologia de cunho positivista. As ciências estavam se dividindo em muitas disciplinas e a interdisciplinaridade restabelecia, pelo menos, uma ligação entre elas, embora não remontasse a unidade e a totalidade do saber.

Dois áreas do conhecimento que foram muito afastadas (de fato, quase todas foram), especialmente na Educação Básica, foram a Matemática e Ciências no caso do Ensino Fundamental, ou especificamente a Biologia, no caso do Ensino Médio.

A realidade do ensino da matemática vem apresentando cada vez mais dificuldades, tanto por parte dos alunos quanto pelos professores. Muitos alunos reclamam que a disciplina de matemática é muito abstrata e de difícil compreensão. Em contrapartida, a metodologia utilizada por alguns professores em sala de aula faz com que essa dificuldade se agrave ainda mais.

Conforme Lima (1999. p.6), um ensino com “*falta de aplicações para os temas estudados em sala de aula é um grande problema do ensino da Matemática, em todas as séries escolares*” seja em nível fundamental, médio ou superior. O ensino de matemática, em boa parte das escolas, é feito de maneira expositiva dos conteúdos, cabendo aos alunos somente reproduzirem o que lhe foi proposto.

Observando essa dificuldade, faz-se necessário trabalhar com metodologias mais focadas na realidade do aluno e tentar relacionar os conteúdos curriculares com situações mais próximas do dia-a-dia e temas que estão cada vez mais em pauta até nas rodas de conversa, como a problemática ambiental do nosso planeta.

Sendo assim, propõe-se um trabalho a ser desenvolvidos com alunos do ensino médio técnico da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, *campus* Medianeira. Como metodologia, se adotará a modelagem matemática, sobre o tema poluição do meio ambiente, com a polêmica do lixo. Isto porque ele vem sendo acumulando com o passar dos dias, motivado pelo excesso do consumo das pessoas neste universo capitalista e este acúmulo culmina em graves conseqüências, como a necessidade de mais aterros sanitários, enchentes provocadas por grandes quantidades de lixo que foram mal destinadas, entre outras. Esse tema proporciona não apenas a conscientização dos alunos na produção de lixo, mas poderão ser trabalhados conteúdos matemáticos para a modelagem deste problema.

A modelagem desta situação consistirá nas seguintes etapas: interação da turma com o assunto, sendo necessário o reconhecimento e a familiarização da situação a ser modelada (fundamentação teórica). Nesta etapa será feita a coleta de dados. Na segunda etapa é feita a matematização do modelo, onde se terá a formulação do problema (hipóteses) e a resolução do problema em termos de modelo. Nessa etapa, com os dados coletados, poderão ser feitas algumas tabelas como demonstrativos. A partir disso, os alunos poderão usar a Progressão Aritmética (PA) para encontrar a razão do crescimento da população urbana. Na terceira etapa será construído o modelo matemático e poderá se estipular uma data (ano) para calcular o número de habitantes. Na sequência, será estimada a produção de lixo em um ano e, posteriormente, o cálculo do lixo acumulado e o volume ocupado, o cálculo da área ocupada pelo aterro. E, finalmente, na quarta etapa, valida-se o modelo matemático, se realmente condiz com a realidade às hipóteses que foram tomadas. Além disso, poderá ser abordado o impacto ambiental causado pelo excesso de lixo no meio ambiente e, por meio deste assunto, usar a interdisciplinaridade para o aprofundamento do conteúdo.

De acordo com os PCNs, a matemática aplicada à área de ciências e suas tecnologias faz com que os conhecimentos adquiridos pelos alunos se traduzam em consciências críticas e criativas para que eles compreendam e participem ativamente dos problemas atuais. Além disso, esses conhecimentos científicos devem ser aplicados para auxiliar o funcionamento, planejamento, execução e avaliação das ações da realidade. (BRASIL, 1999. p.33)

Materiais e Métodos

Será desenvolvido um trabalho de aplicação que, por meio da modelagem matemática, estará oferecendo ao aluno uma maneira de colocar em prática a aplicabilidade da matemática em situações do cotidiano, no currículo escolar em conjunto com o modelo tradicional.

O tema tratado como objeto de estudo é a poluição do meio ambiente, e de modo específico o lixo, que vem causando diversos problemas à sociedade. Por causar tantos impactos ambientais, pensou-se em calcular o lixo produzido por uma cidade de médio porte, Cascavel. Segundo os dados divulgados pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, IBGE, em 21 de dezembro de 2007, Cascavel tem aproximadamente 285 mil habitantes. O modelo formulado para este caso pode ser adaptado para cidades de qualquer porte. Com esses cálculos se verificará quanto lixo é produzido diariamente pela população, qual o volume que todo o lixo produzido ocupa e a área estimada necessária para sua destinação.

O trabalho foi pensado para uma turma de 2^o ano de ensino médio. Serão quatro etapas a serem desenvolvidas, nas quais os alunos serão divididos em grupos de no máximo 4 participantes, os quais deverão coletar as informações necessárias para montar o modelo. Os dados necessários para esta pesquisa serão discutidos com a turma, sob orientação do professor.

A primeira etapa é a interação com o assunto. Nesta fase será realizado o reconhecimento da situação problema e também a familiarização com o assunto a ser modelado (fundamentação teórica). Para isso, será feita a coleta de dados, pesquisas sobre as perguntas apresentadas. Os alunos deverão trazer para a sala de aula os resultados encontrados, para serem analisados.

Na segunda etapa, a de matematização, se fará a formulação do problema (hipóteses) e a resolução do problema em termos de modelo. Nessa etapa, com os dados coletados, serão feitas algumas tabelas como demonstrativos. A partir disso os alunos poderão usar PA para encontrar a razão do crescimento da população urbana. Com a média da população será possível estimar o número de habitantes em 2018, por exemplo, pela fórmula, encontrada.

O modelo matemático faz parte da terceira etapa, sendo feita a resolução da situação problema aplicando a matemática, os dados coletados e as hipóteses levantadas nas etapas anteriores, para serem refutadas ou validadas.

E, finalmente, a validação do modelo matemático encontrado se realmente condiz com a realidade às hipóteses que foram tomadas.

Resultados e Discussão

A seguir, apresenta-se como o trabalho de aplicação matemática será desenvolvido demonstrando-se os cálculos que serão feitos, a cada etapa:

1ª etapa: Interação com o assunto

Calcular a área do aterro sanitário do município de Cascavel, para que possa acumular o lixo produzido em uma década, no período 2009 a 2018.

- Estimar a população para cada ano do período analisado.
- Estimar a produção de lixo produzido por ano.
- Estimar a quantidade de lixo acumulado, ano a ano.
- Calcular o volume do lixo acumulado no período.
- Estimar a densidade do lixo.
- Calcular a área ocupada pelo aterro.

2ª etapa: Matematização

Como calcular a área ocupada pelo aterro sanitário, para que ele seja mantido por uma década?

• É necessário estimar a população do município e, a partir daí, estimar a produção de lixo anual.

Mas como estimar o crescimento da população? A coleta de lixo atinge toda a população?

Tabela 1: Evolução populacional do município de Cascavel (Fonte: IBGE, 2007)

Ano	População Urbana (habitantes)	População Total (habitantes)
1980	123.698	163.459
1991	177.668	192.884
1996	202.673	210.481
2007	242.916	285.784

A população rural não é atendida pela coleta, por isso pode-se considerar o crescimento da população urbana, supondo que toda ela é atendida pela coleta.

Considerando os dados do crescimento populacional de Cascavel nos últimos 27 anos, é razoável dizer que, em média, a população urbana aumentou em número de 4.415 habitantes por ano?

Então, lembrando que o termo geral de uma progressão aritmética, PA, é dado pela expressão:

$$a_n = a_1 + (n-1).r$$

onde a_n : n -ésimo termo, a_1 : primeiro termo, n : número de termos e r : razão, é possível estimar o crescimento da população urbana aproximando-a por uma PA de razão $r = 4.415$ e primeiro termo $a_1 = 123.698$.

Tendo conhecimento dos números da população do município para cada ano do período, há como calcular quanto lixo é produzido anualmente?

Basta saber qual a quantidade de lixo produzido por uma pessoa em um dia, desta forma tem-se a quantidade de lixo que uma pessoa produz em um ano. Em Cascavel, a média de produção de lixo por habitante é de 0,675 Kg/dia. Logo, supõe-se que este consumo permanece o mesmo durante o período considerado. Assim, pode-se estimar a produção de lixo em cada ano do período e também a quantidade de lixo acumulado em uma década.

Como saber que espaço certa quantidade de lixo ocupa?

Tomando como base uma lixeira encontrada nas ruas de Cascavel (uma lixeira comum), sabendo que ela tem capacidade para armazenar 3 Kg de lixo e conhecendo suas dimensões: 0,50; 0,35; 0,23 m, consegue-se calcular a densidade média do lixo.

Como calcular a área ocupada pelo aterro?

Fixando-se a profundidade da vala, visto que a idéia inicial era de calcular a área do aterro, na verdade, a área ocupada pela vala feita para armazenar o lixo. É importante considerar a profundidade dos lençóis freáticos que, segundo o Instituto Ambiental do Paraná (IAP), devem estar distantes do fundo da vala em, no mínimo, 3 m.

Calcula-se o espaço ocupado pelo lixo em apenas uma vala. Isto também é uma aproximação, pois, na realidade, existe mais de uma vala, todas em tamanho menor.

3º Etapa Modelo Matemático

1) Interpretação da solução. Calcular o número de habitantes ano a ano, até 2018

$$P_n = P_{2008} + (n - 2008)r$$

$$P_n = P_{2008} + (n - 2008).4,257$$

$$P_n = P_{2008} + 4,257n - 8.548.056$$

P = população

n = ano

r = razão do crescimento da população urbana

Como $P_{2008} = 242.916$

Assim a fórmula será:

$$P_n = 4,257. n - 8.305.140$$

2) Para calcular a produção de lixo produzido em um ano:

$$Q_n = (\alpha . t). P_n$$

$$Q_n = (\alpha . 365). P_n$$

$$Q_n = (365.0,675). P_n$$

$$Q_n = 246,375. P_n$$

Q_n = quantidade de lixo produzido no ano
 P_n = População do ano
 t = número de dias do ano (serão considerados 365 dias)
 α = 0,675 kg / dia (esse valor será fixo)

3) E o cálculo do lixo acumulado

Para encontrar o valor do lixo acumulado deve-se fazer um somatório de todos os valores encontrados a partir de 2009 até 2018.

4) Cálculo do volume do lixo acumulado no período

Antes de se calcular o volume do lixo, toma-se uma lixeira das ruas de Cascavel, com capacidade de armazenamento de lixo de 3kg, aproximadamente com as dimensões: 0,50 m de altura, e uma base de 0,35m por 0,23 m. A partir disso, calcula-se a densidade do lixo. Em seguida calcula-se o volume do lixo sendo, a quantidade de lixo acumulado dividido pela densidade encontrada.

5) Cálculo da área ocupada pelo aterro

$$A = \frac{V}{h}$$

A = área do aterro

V = volume

h = altura de uma vala

6) Resolvendo o modelo

Tabela 2: Cálculo do número de habitantes em 2018

Ano	População Urbana
2008	242.916
2009	242.916 + 1 . 4.415 = 247.331
2010	242.916 + 2 . 4.415 = 251.746
2011	242.916 + 3 . 4.415 = 256.161
2012	242.916 + 4 . 4.415 = 260.576
2013	242.916 + 5 . 4.415 = 264.991
2014	242.916 + 6 . 4.415 = 269.406
2015	242.916 + 7 . 4.415 = 273.821
2016	242.916 + 8 . 4.415 = 278.236
2017	242.916 + 9 . 4.415 = 282.651
2018	242.916 + 10 . 4.415 = 287.066

A quantidade de lixo produzida no município anualmente é dada por:

$$Q_n = P_n \cdot 246,375$$

Q_n : lixo produzido no ano

\bar{Q} : quantidade de lixo produzido por uma pessoa em um dia (média municipal)

$$\alpha = 0,675 \text{ kg/dia}$$

O lixo acumulado desde o ano de 2008 até o ano n é dado por :

$$\bar{Q} = \sum_{2008}^n Q_n$$

Seja V o volume do lixo acumulado no período, tem-se:

$$V = \frac{\bar{Q}}{d}$$

Sendo assim, pode-se utilizar uma PA para descrever a população do município em um ano:

$$P_n = P_{2008} + (n - 2008) \cdot \gamma$$

$$P_n = P_{2008} + (n - 2008) \cdot 4,257$$

$$P_n = P_{2008} + 4,257 \cdot n - 8.548.056$$

$$P_{2008} = 242.916$$

$$P_n = 242.916 + 4,257 \cdot n - 8.548.056 \quad (I)$$

$$P_n = 4.257 \cdot n - 8.305.140$$

Visto que a média diária de produção de lixo por pessoa, no município de Cascavel é de $\alpha = 0,675 \text{ kg / dia}$.

Q_n , quantidade de lixo produzido no ano, é dado por:

$$Q_n = P_n \cdot (365 \cdot \alpha)$$

Mas $\alpha = 0,675 \text{ kg / dia}$:

$$Q_n = P_n \cdot (365 \cdot 0,675)$$

$$Q_n = P_n \cdot 246,375$$

Com P_n dado pela equação (I):

$$Q_n = (4,257 \cdot n - 8.305.140) \cdot 246,375 \quad (II)$$

$$Q_n = 1.048.818,375 \cdot n - 2.046.178.868$$

Ainda, é necessário calcular a quantidade de lixo acumulado (\bar{Q}) no período em questão, de 2009 até o ano n :

$$\bar{Q} = \sum_{2009}^n Q_n$$

Como Q_n dado pela equação (II):

$$\bar{Q} = \sum_{2009}^n 1.048.818,375.n - 2.046.178.868 \quad (III)$$

O volume, do lixo acumulado no período, é dado por:

$$V = \frac{\bar{Q}}{d}$$

Onde d é a densidade do lixo, $d = 74,53 \text{kg/m}^3$. Assim o volume é dado por:

$$V = \frac{\bar{Q}}{74,53} \quad (IIIa)$$

E, ainda, substituindo o valor de \bar{Q} da equação (III) na equação (IIIa):

$$V = \frac{\sum_{2009}^n 1.048.818,375.n - 2.046.178.868}{74,53} \quad (IV)$$

Mas, o que se quer calcular é a área ocupada pelo aterro, assim pode-se fixar a profundidade da vala (ou célula), $h = 3\text{m}$, desta forma encontra-se a área A:

$$A = \frac{V}{3}$$

Sendo o volume V dado pela equação (IV):

$$A = \frac{\frac{\sum_{2009}^n 1.048.818,375.n - 2.046.178.868}{74,53}}{3}$$

ou ainda,

$$A = \frac{\sum_{2009}^n 1.048.818,375.n - 2.046.178.868}{223,59}$$

4º Etapa: Verificação do Modelo

Para calcular a área do aterro, que comporte o acúmulo de lixo do período de 2009 a 2018, com $n = 2018$, assim, a área procurada é dada por:

$$A = \frac{\sum_{2009}^{2018} 1.048.818,375.n - 2.046.178.868}{223,59}$$

Assim,

$$\sum_{2009}^{2018} 1.046.816,375.n - 2.046.176.868 = 656.169.300,7$$

Então, encontra-se uma área equivalente a:

$$A = \frac{656.169.300,7}{223,59} = 2.934.698,782m^2$$

Por meio do modelo matemático apresentado é possível estimar o tamanho da área que o lixo ocupa na cidade de Cascavel. Assim, no ano de 2018 o lixo ocupará uma área equivalente a $2.934.698,782 m^2$.

A magnitude desta área é extremamente grande. Para compreendê-la, pode-se fazer a comparação com um elemento de tamanho conhecido. A área calculada para o aterro equivale, por exemplo, a aproximadamente 380 campos de futebol, cujas dimensões são 70m por 110m, ou seja, com área de $7.700m^2$ cada.

Conclusões

O consumismo exagerado e o aumento populacional estão causando sérios problemas para o meio ambiente, como a poluição, contaminação de rios e nascentes. Os problemas de má destinação e não reciclagem do lixo se agravam a cada dia que passa pelo simples fato do meio ambiente não conseguir degradar tudo o que o ser humano consome.

Reciclagens de papelão, plástico e a coleta seletiva urbana são ótimas alternativas para minimizar a situação do acúmulo de lixo, mas ainda não são suficientes. É necessário que cada cidadão tenha consciência que a reciclagem do lixo é de extrema importância para não degradar o meio ambiente.

A aplicação da matemática a situações auxilia na tomada de decisões, que podem prevenir possíveis problemas mais graves no futuro, fazendo com que a sociedade veja com outros olhos, por meio de campanhas contra a devastação e poluição do meio ambiente.

O modelo estudado permite tratar de forma interdisciplinar os conteúdos matemáticos de nível médio, alertando para problemas

ambientais sérios e que fazem parte da realidade dos estudantes. A abordagem dos conteúdos por meio da modelagem matemática é um facilitador para a aprendizagem, sendo indicada inclusive em documentos oficiais, como os PCNs.

Além disso, o aluno ao ter contado com este tipo de situação poderá perceber que os conteúdos estudados em sala de aula deixam de ser abstratos e passam a ser mais aplicáveis. Com as ferramentas matemáticas, amplia-se a capacidade de resolver problemas de suma importância para a sociedade, alertando e prevenindo situações de risco.

Referências

- Brasil. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais*. Brasília: MEC, 1999.
- Cascavel: *Características Geográficas*. Disponível em <[http://pt.wikipedia.org/wiki/Cascavel_\(Paraná\)](http://pt.wikipedia.org/wiki/Cascavel_(Paraná))>. Acesso em 22/06/08.
- Hoje. *Aterro sanitário opera sem licença do IAP*. Disponível em <<http://www.jhoje.com.br/09072007/local.php>>. Acesso em 22/06/08.
- Lima, E. L. Conceituação, Manipulação e Aplicações: Os três componentes do ensino da Matemática. *Revista do Professor de Matemática* - Sociedade Brasileira de Matemática. 1999 n. 41, 2º sem.
- O conceito de lixo. Disponível em <<http://www.ajudabrasil.org/6.567.html>>. Acesso em 23/06/08.
- Paraná. *Projeto: coleta seletiva de resíduos sólidos urbanos da cidade de Cascavel*. REMAPAR/ REBRAMAN. 2000. Disponível em <<http://www.cepis.org.pe/eswww/repamar/gtzproye/maneambi/anexo01.html>>. Acesso em 18/06/08.
- Pozzobon, M.C.C et al. *Produção de Lixo como uma Possibilidade de Modelagem para o Ensino Médio*. Ijuí, 2003. Disponível em <<http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/modelagem/antonello>>. Acesso em 25/06/08.