A LÓGICA POSICIONAL DO SOROBAN E OS CIRCUITOS ELETRÔNICOS DIGITAIS

Alexandre Scheidt, João Candido Bracarense, Juliano Rodrigo Lamb
e-mail: alescheidt@gmail.com

Universidade Estadual do Oeste do Paraná/Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas – Cascavel – PR
Faculdade Sul Brasil - 85903-590 – Toledo – PR - Brasil

Palavras-chave: Sistemas operacionais, representação de dados, dualidade.

Resumo:

A dualidade entre duas áreas – aparentemente distintas – mostra ser uma ferramenta importante para a afirmação de uma nova teoria ou não, pois se pode com rápidos ajustes demonstrar resultados relevantes. Vários são os exemplos, podendo citar o paralelo entre a física moderna e o misticismo da civilização oriental. Outra estratégia, em grande parte das vezes, diz respeito à construção de um resultado apoiado a diversas descobertas, sem necessariamente, o interesse em buscar a resposta primeira pretendida, exemplo clássico, diz respeito quanto à demonstração do último teorema de Fermat, que necessitou técnicas matemáticas bastantes modernas para justificar de forma plena sua demonstração, e foi provado após três séculos e meio do problema ter sido proposto. O presente trabalho discute a dualidade existente entre a lógica de posição do Soroban e os circuitos elétricos digitais fundamentados nas operações básicas de matemática, mostrando que é possível identificar a dualidade existente entre estas áreas do conhecimento nas operações de adição, subtração e multiplicação. Em seguida é apresentada uma aplicação na área de Educação Especial, como também uma motivação ao próprio desenvolvimento da Teoria da Informação.

Introdução

A dualidade entre duas áreas – aparentemente distintas, em matemática ou em outros saberes – mostra ser uma ferramenta importante para a afirmação de uma nova teoria, pois se pode com rápidos ajustes demonstrar resultados relevantes. Para melhor esclarecer, pode-se citar, por exemplo, a dualidade existente entre os fundamentos da matemática da teoria de conjuntos e a lógica clássica, outro exemplo**,** a teoria de conjunto difuso e a lógica difusa, Ross (1995). Em um sentido mais amplo, pode-se citar o paralelo entre a física moderna e o misticismo da civilização oriental, Capra (1983).

Outra estratégia, em grande parte das vezes, diz respeito à construção de um resultado apoiado a diversas descobertas, sem necessariamente, o interesse em buscar a resposta primeira pretendida. Exemplo clássico diz respeito à demonstração do último teorema de Fermat, que necessitou técnicas matemáticas bastantes modernas para justificar de forma plena sua demonstração, e foi provado após 356 anos do problema ter sido proposto, Singh (1998).

O principal elemento tecnológico da telefonia automática, segundo Magalhães (1997), é um dispositivo binário, o relé eletromecânico, que permite estabelecer ou interromper um contato elétrico, e assim estabelecer uma lógica de funcionamento automatizável. O autor informa, ainda, que Francis Bacon já utilizava códigos binários nas suas operações de espionagem para a Corte inglesa, cifrando mensagens diplomáticas secretas. Leibniz, por sua vez, estudou as propriedades matemáticas dos sistemas de numeração binária e George Boole apresentou uma lógica algébrica adequada para os emergentes circuitos elétricos binários de controle.

Pelo emprego da lógica binária é que foi possível construir o conceito de bit (*binary digit*) unidade de informação resultante da escolha de um dentre dois estados possíveis.

Ábacos para calcular rapidamente e sem erros existiam em várias culturas e épocas: os *Quipus* incas e o Soroban japonês são exemplos. No entanto, a máquina computadora será tipicamente um produto da cultura ocidental, cujos primórdios datam do século XVI com a descoberta dos logaritmos por Napier.

O presente trabalho discute a dualidade existente entre a lógica de posição do Soroban e os circuitos elétricos digitais fundamentados nas operações básicas de matemática.

Por ser um trabalho essencialmente novo, os autores optaram em dar maior ênfase à análise dos resultados, verificando-se, de fato, a dualidade entre as técnicas sugeridas. Antes, porém, no desenvolvimento da metodologia apresenta-se o conhecimento básico das duas áreas em estudo. Finalmente, constata-se a existência e confirmação do objetivo proposto, como também, apresenta-se uma aplicação na área da Educação Especial e discute uma motivação para trabalhos futuros no contexto da Teoria da Informação.

Materiais e Métodos

Há uma correspondência biunívoca entre circuitos elétricos e funções booleanas. Para toda e qualquer função booleana é possível desenvolver um circuito eletrônico e vice-versa. Como as funções booleanas precisam apenas dos operadores booleanos AND, OR e NOT, pode-se construir qualquer circuito eletrônico usando exclusivamente essas operações. As funções booleanas AND, OR e NOT correspondem aos seguintes circuitos eletrônicos: às portas lógicas AND e OR e ao inversor (NOT), Figura 1.

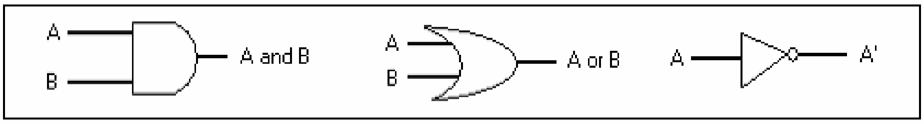

Figura 1 – Portas lógicas AND, OR e NOT

Um circuito combinatório é um sistema contendo operações booleanas básicas (AND, OR e NOT), algumas entradas e um conjunto de saídas. Uma vez que para cada saída corresponde uma função lógica individual, um circuito combinatório geralmente implementa diversas funções booleanas diferentes. É importante mencionar que cada saída representa uma função booleana diferente.

A CPU de um computador é composta de vários circuitos combinatórios. Por exemplo, pode-se implementar um circuito de soma usando funções booleanas. Suponha que se tenham dois números de um *bit*, A e B. Pode-se produzir a soma de um *bit*, e o "vai um" (*carry*) de um *bit* desta adição, usando as duas funções booleanas a seguir:

$S = AB' + A'B$, o símbolo + representa o operador lógico OR.

$$C = AB$$

A lógica combinatória é destituída de memória. Todas as saídas de funções lógicas dependem somente das entradas atuais. Qualquer modificação nos valores de entrada é imediatamente refletida nas saídas.

Na construção do circuito combinatório as operações realizadas seguem a mesma lógica operacional, produzindo saídas binárias com o *bit* de maior ordem para o *bit* de menor ordem.

A construção dos resultados operacionais da matemática básica, com o uso do Soroban, parte das classes maiores para os menores, assim ao se adicionar 23 com 46, inicia-se a operação pela segunda unidade simples das parcelas, ou seja, soma-se 2 com o 4, resultando em 6 e sem seguida faz-se o mesmo procedimento para a ordem menor, ou seja, 3 mais 6 são nove. Assim, a soma entre os valores dados resulta em 69.

Ao se adicionar valores dezenas cuja soma resulte em centena, ainda assim, a lógica proposicional respeita a utilização de soma de parcelas da ordem maior para a menor. A soma de dois valores que ultrapasse a unidade trabalhada é substituída pela unidade acima, ou à esquerda, sem prejuízo do resultado esperado. Como exemplo, seja adicionar 25 com 46 pela lógica posicional do Soroban. Dois mais quatro tem soma seis, passa-se à parcela de menor ordem e executa-se a adição, então, cinco mais seis resulta em onze unidades simples e é representada pelo Soroban com uma unidade simples e uma unidade de dezena simples. Resultando em uma alteração os valores da dezena simples substituindo o valor 6 pelo valor 7 e tendo como soma final 71, como desejado.

Resultados e Discussão

Nesta seção, serão apresentadas operações básicas e exemplificações da adição, da subtração e da multiplicação. Em seguida, mostra-se a dualidade existente entre a lógica proposicional do Soroban e os circuitos eletrônicos digitais.

Por último mostra-se que na divisão o procedimento é outro, calcado em um algoritmo rapidamente descrito.

A operação de Adição

Sejam dois números de um *bit*, A e B, e sua soma, considerando diversas classes posicionais, Figura 2.

Parcela	A_n	...	A_7	A_6	A_5	A_4	A_3	A_2	A_1	A_0	A_{-1}	A_{-2}	A_{-3}	...	A_{-m}
Parcela	B_n	...	B_7	B_6	B_5	B_4	B_3	B_2	B_1	B_0	B_{-1}	B_{-2}	B_{-3}	...	B_{-m}
Soma	S_n	...	S_7	S_6	S_5	S_4	S_3	S_2	S_1	S_0	S_{-1}	S_{-2}	S_{-3}	...	S_{-m}

Figura 2 – Representação de Soma

A Figura 3 mostra a soma, tomada passo a passo, considerando o sistema binário.

	0			1			0		"vai-um"	1
+	0		+	0		+	1		+	1
	0			1			1		1	0

Figura 3 – Soma de um bit

São mostradas as portas lógicas que resolvem um sistema de soma de um *bit*, na Figura 4.

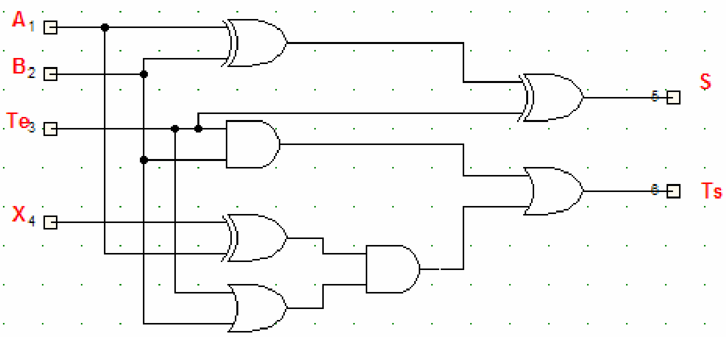

Figura 4 – Com o encapsulamento das portas lógicas acima e ampliando-o para o uso de mais bit s, tem-se um somador completo

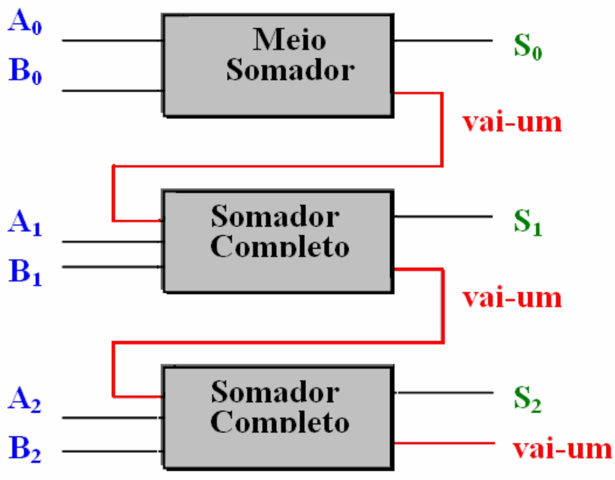

Figura 5 – Exemplo de adição completa

De forma similar, seja achar a soma dos valores 6 mais 29, representada, passo a passo em representação binária, utilizando a lógica do Soroban, Figura 6.

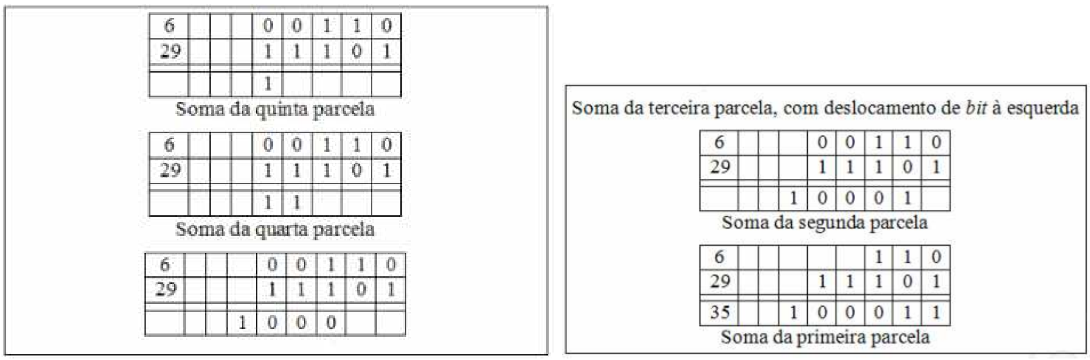

Figura 6 – Operação de adição, realizada na lógica do Soroban

E em seguida, representada pelo simulador de circuitos, Figura 7.

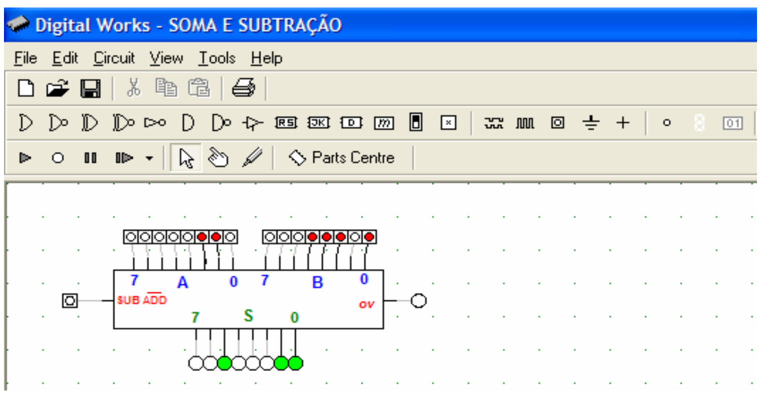

Figura 7 – Representação da soma apresentada, num simulador de circuitos
Nota: nome do software: Digital Works

Assim, conclui-se que para a operação de adição, sejam na lógica booleana ou nos circuitos digitais, as operações realizadas, passo a passo, utilizam o mesmo processo lógico conhecido há muito tempo pelos utilizadores do Soroban.

A operação de Subtração

Semelhantemente à operação de adição, seja construir a subtração de dois números conhecidos A e B.

Minuendo	A_n	...	A_7	A_6	A_5	A_4	A_3	A_2	A_1	A_0	A_{-1}	A_{-2}	A_{-3}	...	A_{-m}
Subtraendo	B_n	...	B_7	B_6	B_5	B_4	B_3	B_2	B_1	B_0	B_{-1}	B_{-2}	B_{-3}	...	B_{-m}
Resto	R_n	...	R_7	R_6	R_5	R_4	R_3	R_2	R_1	R_0	R_{-1}	R_{-2}	R_{-3}	...	R_{-m}

Figura 8 – Representação de Subtração

Passo a passo:

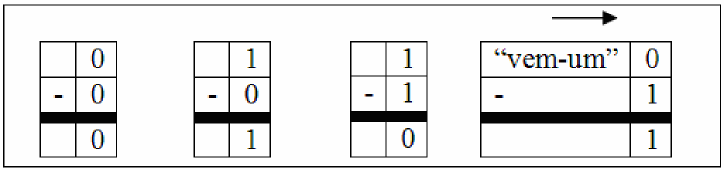

Figura 9 – Subtração no sistema Binário

No último passo aparece a expressão "vem-um", que é um deslocamento de uma posição de um símbolo 1, sendo que a casa à direita passa a valer 10 (ou seja, 2 em binário).

Se o valor do minuendo for menor que o do subtraendo, o resultado torna-se negativo, porém as operações a serem realizadas devem seguir o seguinte procedimento:

(1) Inverter os *bits* do Subtraendo (onde for 1, colocar 0)

(2) Realizar a Soma entre o minuendo e o subtraendo

(3) Inverter o Resultado (onde for 1, colocar 0)

Note que nos dois primeiros passos o que se tem é a transformação do número em complemento de dois. Esta representação é importante na informática, pois evita o problema de se ter duas representações para o número zero, ou seja, o zero positivo e o zero negativo.

No circuito tem-se a seguinte representação:

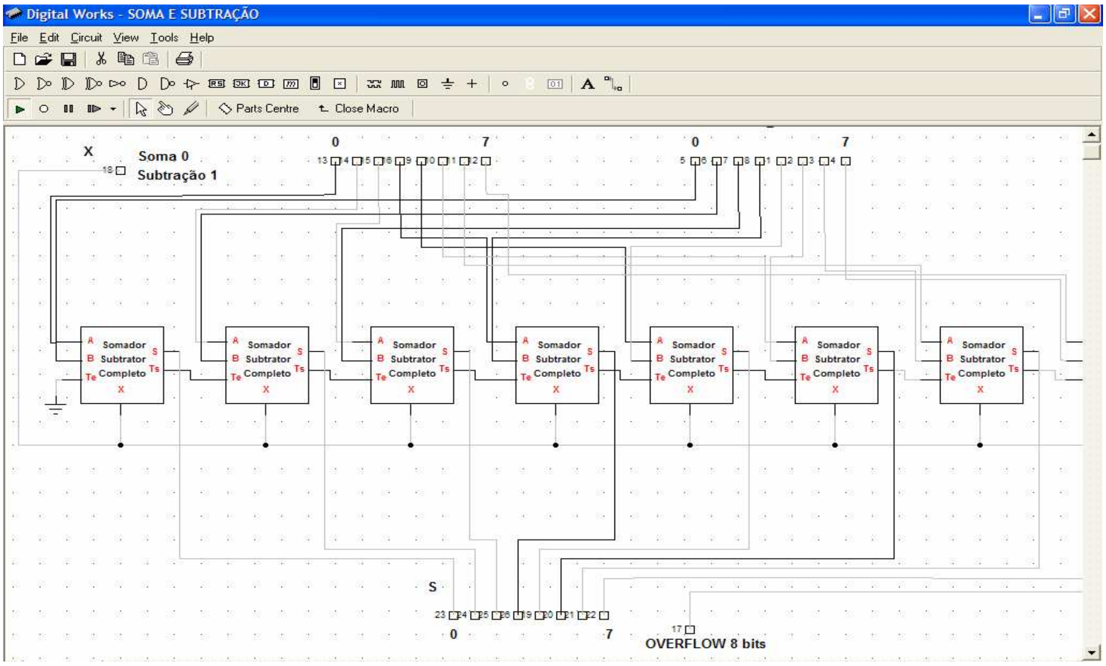

Figura10 – Circuitos combinatórios que realizam a operação de soma e subtração

Como exemplo de subtração, seja encontrar a diferença entre 25 e 15, mostrados passo a passo, Figura 11.

25				1	1	0	0	1
- 15				0	1	1	1	1

25				1	1	0	0	1
- 15				0	1	1	1	1
				1				

Subtração da quinta parcela

25				1	1	0	0	1
- 15				0	1	1	1	1
				1	0			

Subtração da quarta parcela

25				1	1	0	0	1
- 15				0	1	1	1	1
				0	1	1		

Subtração da terceira parcela

25				1	1	0	0	1
- 15				0	1	1	1	1
				0	1	0	1	

Subtração da segunda parcela

25				1	1	0	0	1
- 15				0	1	1	1	1
				0	1	0	1	0

Subtração da primeira parcela

Figura 11 – Subtração realizada passo a passo

Como representações do resultado da operação no simulador de circuitos obtêm-se.

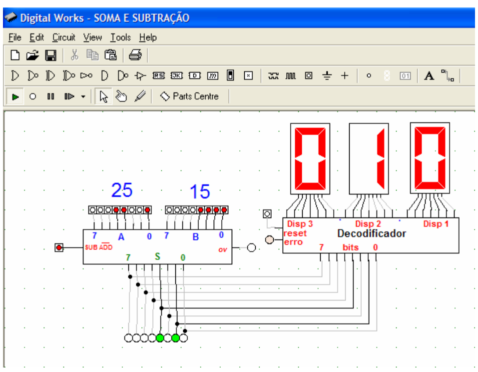

Figura 12 – Representação da subtração apresentada, no Digital Works

Outro exemplo, agora de subtração com resultado negativo.

5	0	0	0	0	1	1	1	1
-16	0	0	0	1	0	0	0	0
-1								

5	0	0	0	0	1	1	1	1
-16	1	1	1	0	1	1	1	1
-1								

Invertem-se os *bits* do subtraendo

15	0	0	0	0	1	1	1	1
-16	1	1	1	0	1	1	1	1
	0							

Soma da oitava parcela

15	0	0	0	0	1	1	1	1
-16	1	1	1	0	1	1	1	1
	1	1						

Soma da sétima parcela

15	0	0	0	0	1	1	1	1
-16	1	1	1	0	1	1	1	1
	1	1	1					

Soma da sexta parcela

15	0	0	0	0	1	1	1	1
-16	1	1	1	0	1	1	1	1
	1	1	1	1				

Soma da quinta parcela

15					1	1	1	1
-16	1	1	1	0	1	1	1	1
	1	1	1	1	0			

Soma da quarta parcela

15					1	1	1	1
-16	1	1	1	0	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	0		

Soma da terceira parcela

15	0	0	0	0	1	1	1	1
-16	1	1	1	0	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	0	

Soma da segunda parcela

15	0	0	0	0	1	1	1	1
-16	1	1	1	0	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	0

Soma da primeira parcela

15	0	0	0	0	1	1	1	1
-16	1	1	1	0	1	1	1	1
-1	0	0	0	0	0	0	0	1

Inversão do resultado, obtêm-se o Resto da Subtração

Figura 13 – Subtração com resultado negativo, realizada passo a passo

A operação de Multiplicação

A multiplicação é outra operação que tem dualidade entre as lógicas propostas, sejam conhecidos dois números A e B, e a seguir sua leitura de forma similar aos casos já vistos, adição e subtração.

Multiplicando	A_n	...	A_7	A_6	A_5	A_4	A_3	A_2	A_1	A_0	A_{-1}	A_{-2}	A_{-3}	...	A_{-m}
Multiplicador	B_n	...	B_7	B_6	B_5	B_4	B_3	B_2	B_1	B_0	B_{-1}	B_{-2}	B_{-3}	...	B_{-m}
Produto	P_n	...	P_7	P_6	P_5	P_4	P_3	P_2	P_1	P_0	P_{-1}	P_{-2}	P_{-3}	...	P_{-m}

Figura 14 – Representação da Multiplicação

Passo a passo, tem-se:

	0		1		0		1
x	0	x	0	x	1	x	1
	0		0		0		1

Figura 15 – A multiplicação no sistema Binário

6						1	1	0
x 3							1	1
					1			

Multiplicação do fator da segunda posição do multiplicador pelo fator da terceira posição do multiplicado, que resulta o produto da quarta posição.

6						1	1	0
x 3							1	1
					1	1		

Multiplicação do fator da segunda posição do multiplicador pelo fator da segunda posição do multiplicado, que resulta o produto da terceira posição.

6						1	1	0
x 3							1	1
					1	1	0	

Multiplicação do fator da segunda posição do multiplicador pelo fator da primeira terceira posição do multiplicado, que resulta o produto da segunda posição.

6						1	1	0
x 3							1	1
				1	0	0	0	

O produto da multiplicação do fator da primeira posição do multiplicador pela terceira posição do multiplicado deve ser adicionado ao valor da terceira posição do resultado, assim quando já há o valor 1 na casa de P_i que irá receber um novo 1 da multiplicação realizada, faz-se o processo do "vai-um", normalizando o resultado, ou seja, processando um deslocamento para à esquerda.

6						1	1	0
x 3							1	1
				1	0	0	1	

Multiplicação do fator da primeira posição do multiplicador pela segunda posição do multiplicado, que resulta o produto na segunda posição deve ser somado ao já existente resultado da primeira multiplicação.

6						1	1	0
x 3							1	1
18				1	0	0	1	0

Multiplicação do fator da primeira posição do multiplicador pela primeira posição do multiplicado, que resulta o produto na unidade simples.

Figura 16 – Realização da multiplicação 6x3=18, no sistema binário

Observando as operações acima, é preciso analisar o fato do deslocamento da posição do multiplicando de acordo com a localização do *bit* do multiplicador em cada operação de multiplicação, conforme é visto, passo a passo, na Figura 16.

A operação da Divisão

Diferentemente às operações citadas até aqui, o desenvolvimento de um circuito eletrônico utilizando a divisão se faz através de um algoritmo gravado em linguagem de máquina que realiza as operações necessárias. Tal procedimento é utilizado por dois motivos: o primeiro, o custo, executar um algoritmo gravado é interessante. O segundo, o tempo gasto, o algoritmo realiza as operações rapidamente, tornando-o viável. A representação em fluxograma é apresentada com o auxílio da Figura 17.

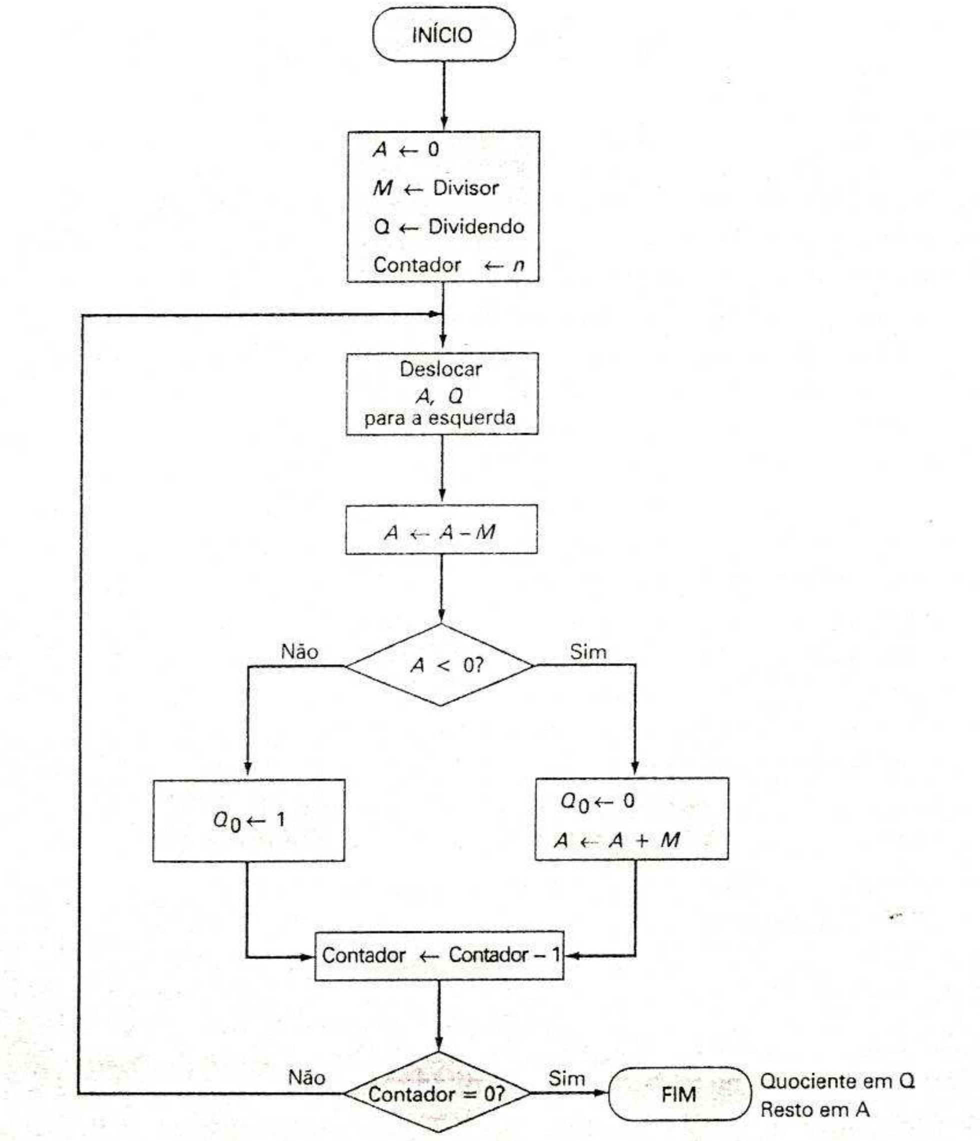

Figura 17 – Fluxograma de divisão de números binários

Descrevendo os passos, obtém-se o Algoritmo da divisão:
(1) Carregar o divisor no registrador M e o dividendo nos registradores A e Q. O dividendo deve ser expresso como um número em complemento de dois, com 2n *bit* s.
(2) Deslocar o conteúdo dos registradores A e Q, juntos, para a esquerda.
(3) Se M e A têm o mesmo sinal, fazer A ← A - M; caso contrário A ← A+M.
(4) A operação anterior será bem sucedida se o sinal de A for o mesmo, antes e depois da operação.
(4.1) Se a operação for bem sucedida ou se A = 0 e Q = 0, então faça $Q_0 \leftarrow 1$.
(4.2) Se a operação não for bem sucedida e se $A \neq 0$ ou $Q \neq 0$, então faça $Q_0 \leftarrow 0$ e restaure o antigo valor de A, somando M a A.

(5) Repita os passos 2 a 4 enquanto houver *bit* s a examinar em Q.
(6) Ao final, o resto estará em A. Se o divisor e o dividendo tiverem o mesmo sinal, o quociente estará em Q, caso contrário, o quociente correto é o complemento de dois do número armazenado em Q.

Conclusões

De posse dos resultados conclui-se que é possível identificar a dualidade existente entre a lógica de posição do Soroban com os circuitos eletrônicos digitais nas operações adição, subtração e multiplicação.

Uma aplicação desse resultado se dá, por exemplo, no desenvolvimento de pessoas com deficiência visual, fazendo um paralelo entre a lógica do soroban com outras áreas de conhecimento, como a física, a eletrônica e a informática.

Vale salientar, ainda, orientado por Magalhães (1997), a motivação para o desenvolvimento da teoria da informação, dado que os problemas ao conceito de informação parecem também estar implícitos nas polêmicas quanto aos limites das máquinas computadoras. As definições ainda em uso da palavra informática naturalmente se ressentem de tais discussões, como por exemplo, expressas no *Webster's New Collegiate Dictionary*, onde informática é a “ciências da informação”, sendo esta a “coleção, classificação, armazenamento, recuperação e disseminação do conhecimento registrado, tratado tanto como uma ciência pura quanto aplicada”.

Referências

Capra, F. O Tão da Física – um paralelo entre a Física Moderna e o Misticismo Oriental. Editora Cultrix. São Paulo. 1983. 280p.

Ross, T. J. Fuzzy Logic with Engineering Applications. McGrawHill, Inc. 1995. 600p.

Magalhães, Gildo. Das Máquinas de Calcular à Informática. *Revista da SBHC*, n. 17, p. 21-28. 1997.

Singh, S. O Último Teorema de Fermat. Editora Record. 1998. 328p.

Stallings, William. Arquitetura e Organização de Computadores. 5ª edição. Editora Pearson. São Paulo. 2002. 792p.